Histoire, archéologie et société
conférences académiques franco-chinoises

Un chapitre de l'histoire des mathématiques en Chine réexaminé

La procédure « de l'excédent et du déficit », le *Livre sur les calculs mathématiques* et les *Chroniques du miroir d'Occident*

Liu Dun

Cahier *№ 9*

École française d'Extrême-Orient Centre de Pékin *Décembre 2005*

國君以黃金一百令工人造冕工人盜金而和之銀冕成奉上
上見金淺命識算天文者名亞爾日白臘算盜金多少
答 盜去金十六斤三分之二 存金八十三斤三分之一
法 初亞爾日白臘奉命盡一時不能立法為之四顧躊躇
不得其故往沐入見水水滿而溢恍然覺悟乃大喜奔歸而
忘其裸即以假金冕一百入盆出水六十五 以真金一百入盆出水六十
銀一百入盆出水九十 若工人盜金四十和銀四十存金六十 黃金一百出
水六十 存金六十應出水三十六 銀一百出水九十 銀四十應出水三十六 假冕
出水七十二 應六十五 今七十二 多七 若工人盜金三十和銀三十存金七十

Histoire, archéologie et société
conférences académiques franco-chinoises

Cahier № 9

Un chapitre de l'histoire des mathématiques en Chine réexaminé

La procédure « de l'excédent et du déficit », le *Livre sur les calculs mathématiques* et les *Chroniques du miroir d'Occident*

LIU Dun

École française d'Extrême-Orient
Centre de Pékin

Ouvrage réalisé avec le concours du Ministère des Affaires étrangères

EFEO, Centre de Pékin
Histoire, archéologie et société - conférences académiques franco-chinoises
Cahier n° 9
ISBN 2-85539-681-6
Imprimé à Pékin en décembre 2005 en 1000 exemplaires

Ce cahier a été réalisé par Paola Calanca, avec la collaboration de Wu Min

Depuis 1997, le centre de l'École française d'Extrême-Orient à Pékin organise avec le soutien du Ministère des Affaires étrangères et de l'Ambassade de France un programme intitulé *Histoire, archéologie et société - conférences académiques franco-chinoises.*

Ces conférences sont données par des spécialistes français et chinois qui viennent exposer les résultats de leurs travaux les plus récents. Elles sont suivies par des chercheurs, des professeurs et des étudiants, ainsi que par un public cultivé.

Plusieurs universités et institutions de recherche accueillent à tour de rôle les conférenciers et participent à l'organisation des rencontres : l'Université de Pékin, l'Université Tsinghua, l'Université Normale de Pékin, les Instituts d'Histoire, d'Archéologie et de Sociologie de l'Académie des Sciences sociales de Chine, l'Institut d'Histoire des Sciences de l'Académie des Sciences, la Bibliothèque nationale de Chine et d'autres institutions.

Afin de diffuser plus largement ces recherches, nous entreprenons la publication de certaines d'entre elles en français et en chinois. Dans ce neuvième cahier, nous présentons la conférence de Liu Dun, Directeur de l'Institut d'histoire des sciences naturelles de l'Académie des Sciences de Chine.

L'auteur reprend l'examen de l'origine et de la propagation de la procédure « de l'excédent et du déficit ». À travers l'introduction en Chine de l'histoire de la pesée de l'or par Archimède, la découverte d'un traité de mathématiques retrouvé dans une tombe datée du IIIe siècle avant notre ère et d'un manuscrit de la fin des Ming ou du début des Qing, Liu Dun illustre la nécessaire complémentarité des sources documentaires et archéologiques appliquée à l'histoire des sciences. Grâce à ce développement, il sera également possible de suivre les détours qu'emprunte la transmission des savoirs scientifiques dans des contextes culturels différents.

Un chapitre de l'histoire des mathématiques en Chine réexaminé
La procédure « de l'excédent et du déficit », le *Livre sur les calculs mathématiques* et les *Chroniques du miroir d'Occident*

Liu Dun

La procédure « de l'excédent et du déficit » constitue une importante étape dans le domaine des mathématiques en Chine. Les récentes recherches montrent que bien avant l'achèvement des *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* (ca. début de notre ère), les mathématiciens avaient déjà une connaissance presque parfaite de cette méthode de calcul[1]. La découverte à Zhangjiashan (Jiangling, Hubei) d'un ouvrage rédigé sur fiches en bambou datant des Han, le *Livre sur les calculs mathématiques*, en a apporté une ultime confirmation. Au Moyen Âge, cette procédure avait été transmise en Europe par l'intermédiaire du monde arabe, pour y devenir durant la Renaissance une méthode universellement utilisée pour la résolution des calculs arithmétiques. Au XVIe siècle, elle retournait à son point d'origine, présentée dans les livres mathématiques apportés par les jésuites en Chine. L'analyse de l'historique de sa transmission nous servira de fil conducteur afin de montrer la complexité du processus de propagation des connaissances scientifiques dans des mondes culturels différents et l'indispensable complémentarité des sources pour la recherche en histoire des sciences.

La méthode de base « de l'excédent et du déficit »

• La méthode de base « de l'excédent et du déficit » dans les *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques*

Toute discussion sur les mathématiques de la Chine ancienne implique de mentionner les *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques*, dont une grande partie du contenu était déjà connue à l'époque des Royaumes Combattants (453-222 A.C.). La version du IIe siècle avant notre ère (Han de l'Ouest) ressemble d'ailleurs beaucoup à celle des parutions modernes[2]. Au IIIe siècle de notre ère, le fameux mathématicien Liu Hui mentionne le travail de rédaction et d'ordonnancement effectué par Zhang Cang[3] et autres érudits à partir de fragments de textes antérieurs. L'ouvrage qui en est résulté, désigné sous le nom de « fragments de textes anciens », correspond probablement à la forme initiale des *Neuf chapitres*. Leur édition actuelle est constituée de 246 problèmes répartis en 9 chapitres : « Champ rectangulaire », « Petit mil et grains décortiqués », « Parts pondérées en fonction des degrés », « Petite largeur », « Évaluer la charge de travail », « Paiement de l'impôt de manière égalitaire en fonction du transport », « Excédent et déficit », « Disposer côte à côte des mesures », « Base et hauteur »[4]. Liu Hui fait remonter leur origine à l'époque des Zhou de l'Ouest (ca. 1045-770 A.C.) : « lorsque le duc des Zhou a établi les rites, les [connaissances relatives aux] neuf domaines mathématiques ont commencé à se propager, et les *Neuf chapitres* se sont développés à partir des neuf domaines mathématiques »[5].

Ceux-ci sont pour la première fois mentionnés dans une citation de Zheng Zhong (?-83), consignée dans le *Commentaire aux Rites des Zhou* de Zheng Xuan (127-200), et appelés : « Champ rectangulaire », « Petit mil et grains décortiqués », « Partage selon les différences », « Petite largeur », « Évaluer la charge de travail », « Paiement de l'impôt de manière égalitaire en fonction du transport », « Disposer côte à côte des mesures », « Surplus et déficit », « *Pangyao* »[6] (maintenant remplacé par « Double différence »), « *Xijie* »[7], « Base et hauteur ». La plupart de ces intitulés sont identiques à ceux des *Neuf chapitres*. C'est pourquoi, il est généralement admis que ce dernier ouvrage est le résumé et la quintessence des savoirs mathématiques de l'époque des Royaumes Combattants et des Han de l'Ouest (206 A.C.-8 P.C.). Toutefois, les « neuf domaines mathématiques » n'ayant pas été détaillés dans les *Rites des Zhou*, et les *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* et d'autres écrits mathématiques n'ayant pas été répertoriés par Liu Xin (?-23 A.C.) dans la section bibliographique de l'*Histoire des Han*, certains pensent que son origine serait plus tardive et que la formulation des « neuf domaines mathématiques » aurait été développée dans le cercle des lettrés gravitant autour de Zheng Xuan. D'autres, encore, doutent que des méthodes requérant une haute capacité d'abstraction et d'ingéniosité mathématique, telles celles dites de *fangcheng*[8] ou « de l'excédent et du déficit », aient pu apparaître avant les Han de l'Ouest.

Au cours de ces vingt dernières années, des découvertes archéologiques ont ébranlé nos connaissances sur l'histoire ancienne, obligeant les chercheurs à réviser certaines des conclusions auxquelles était parvenue l'école du « Scepticisme à propos de l'Antiquité ». L'idée que les lettrés des Han auraient formulé les « neuf domaines mathématiques » afin d'interpréter les *Neuf chapitres* en est un bon exemple. La procédure « de l'excédent et du déficit » servira ici à démontrer que les Chinois maîtrisaient déjà ce modèle mathématique avant l'achèvement des *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques*. Le premier problème du chapitre « Excédent et déficit » de cet ouvrage servira à expliciter ce modèle : « Supposons que l'on ait un achat en commun d'une marchandise et qu'il y ait un excédent de 3 [B_1] si chacun paye 8 [A_1], et un déficit de 4 [B_2] si chacun paye 7 [A_2]. On demande combien il y a de personnes et quel est le prix de la marchandise »[9]. Par A_1 et A_2 on désigne les deux quantités d'argent qu'on a dépensées, les « *lü* de ce qui est payé », par B_1 et B_2 on désigne séparément l'« excédent » et le « déficit », la procédure « de l'excédent et du déficit » dit :

« On place les *lü* de ce qui est payé » ;	$A_1 \qquad A_2$	
« l'excédent et le déficit occupent respectivement	$B_1 \qquad B_2$	
la place au-dessous de leur correspondant » ;		
« on effectue la multiplication en croix des *lü* de ce qui est payé, puis on somme, et on prend		
le résultat comme dividende ».	$A_1 B_2 + B_1 A_2$	
« On somme excédent et déficit, ce qui fait le diviseur ».	$B_2 + B_1$	
« Et on effectue la division du dividende par le diviseur		
[ce qui donne la quantité payée par chacun] »	$(A_1 B_2 + B_1 A_2) \div (B_2 + B_1)$	[1]
« On place[10] les *lü* de ce qui est payé	$\lvert A_1 - A_2 \rvert$	
on soustrait le plus petit du plus grand »,		
« et on simplifie, par le reste, diviseur et dividende.	$(A_1 B_2 + B_1 A_2) \div \lvert A_1 - A_2 \rvert$	[2]
[Le dividende fait le prix de la marchandise],		
le diviseur la quantité de personnes »	$(B_2 + B_1) \div \lvert A_1 - A_2 \rvert$	[3]

La solution à ce problème est la suivante : Le nombre de personnes est de $(3+4) \div (8-7) = 7$, le prix de la marchandise de $(8\times4 + 7\times3) \div (8-7) = 53$, chaque personne doit ainsi payer $(8\times4 + 7\times3) \div (3+4) = 53/7$. Liu Hui, dans son commentaire, utilise la théorie des proportions pour démontrer la validité des trois formules décrites ci-dessus.

Ce type de problème et sa méthode de résolution, appelés par les Chinois procédure « de l'excédent et du déficit », peuvent être considérés comme un modèle mathématique. Les *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* proposent deux types de développement pour cette procédure : le premier s'appuie sur les résultats supposés d'après les termes de la formulation de « un excédent et un déficit » pour développer des situations telles que « deux excédents », « deux déficits », « un excédent et une quantité qui tombe juste », « un déficit et une quantité qui tombe juste ». Ce type de méthode est relativement simple : suivant une approche moderne des mathématiques, il suffira de différencier les signes de B_1 et B_2 en positifs, négatifs ou nuls. Le second est, par contre, un peu plus complexe et sera présenté séparément dans la section suivante.

• Le développement de la méthode de base « de l'excédent et du déficit »

Le treizième problème sert de modèle pour expliciter le second type de méthode : « Supposons que 1 *dou* de vin de bonne qualité vaille 50 sapèques et que 1 *dou* de vin de mauvaise qualité en vaille 10. Et supposons qu'avec 30 sapèques, on obtienne 2 *dou* de vin. On demande combien l'on obtient respectivement de vin de bonne qualité et de vin de mauvaise qualité »[11]. Le livre expose la méthode mathématique suivante : d'abord on suppose que l'on a 5 *sheng* de vin de bonne qualité et 1,5 *dou* de vin de mauvaise qualité[12]. On sait, d'après les éléments connus, que la quantité d'un « excédent » est de 10, parce que (5×5 + 15×1) – 30 = 10. Supposons ensuite que l'on ait 2 *sheng* de vin de bonne qualité et 1,8 *dou* de vin de mauvaise qualité. À partir des éléments connus, on déduit que la quantité du « déficit » équivaut à 2, en raison du fait que (2×5 + 18×1) – 30 = – 2.

Jusqu'ici, le problème de départ correspond à une simple transposition du problème du type « achat en commun », à savoir « Supposons que l'on ait un achat en commun d'une marchandise pour lequel il y ait un excédent de 10 si chacun paye 5 et un déficit de 2 si chacun paye 2. On demande combien il y a de personnes et quel est le prix de la marchandise ». Ici, la somme versée par individu correspond à la quantité de vin de bonne qualité supposée avoir été achetée, et la quantité réelle de vin de bonne qualité achetée équivaut au quotient du « prix de la marchandise » et du « nombre de personnes ». En utilisant la formule [1] de l'encadré, on obtient ainsi : (5×2 + 2×10)÷(10 + 2) = 2,5 (*sheng*).

Le chapitre « Excédent et déficit » propose encore beaucoup d'autres exemples de ce type, dont des problèmes où les éléments connus et les données recherchées ne sont pas en relation directe, de sorte qu'ils sont difficilement résolubles par des calculs arithmétiques ordinaires ou des relations proportionnelles. Leur solution réside dans une double supposition : on reformule la question avec de nouvelles données, de façon à transformer le problème initial en un problème classique relevant de la procédure « de l'excédent et du déficit », et à réutiliser les formules toutes prêtes (cf. encadré). Il s'agit là d'une spécificité propre aux mathématiques de la Chine ancienne : l'emploi d'un modèle mathématique donné pour la résolution d'une vaste catégorie de problèmes pratiques. En théorie, il est possible de transformer l'ensemble des problèmes mathématiques relevant des relations linéaires en problèmes du type « achat en commun » et de les résoudre en appliquant la procédure « de l'excédent et du déficit ». La validité de cette démarche est démontrée par les exemples quelque peu complexes donnés ci-dessous.

Problème no. 15 : « Supposons qu'on échange de la laque contre de l'huile dans un rapport de 3 à 4, et que l'huile se mélange à la laque dans un rapport de 4 à 5. Et supposons que l'on ait 3 *dou* de laque que l'on veuille en partie échanger contre de l'huile et mélanger ce qu'on obtient en retour avec le reste de laque. On demande combien on prélève de laque, combien on obtient d'huile et à combien de laque on la mélange »[13].

Problème no. 16 : « Supposons qu'un cube de jade de 1 *cun* de côté pèse 7 *liang* et qu'un cube de pierre de 1 *cun* de côté pèse 6 *liang*. Supposons qu'on ait un cube de pierre de 3 *cun* de côté, à l'intérieur duquel il y ait du jade, et que l'ensemble pèse 11 *jin*. On demande quel est le poids respectif du jade et de la pierre »[14].

Problème no. 19 : « Supposons qu'un bon et un mauvais cheval partent de Chang'an pour se rendre au pays de Qi, se trouvant à 3000 *li* de là. Le premier jour le bon cheval parcourt 193 *li* et augmente [la distance parcourue] chaque jour de 13 *li* ; le mauvais cheval, [de son côté,] couvre 97 *li* le premier jour et diminue [la distance parcourue] chaque jour de 0,5 *li*. Le bon cheval arrive le premier à Qi, puis il s'en retourne pour accueillir le mauvais cheval. On demande au bout de combien de jours ils se rencontrent et quelle distance ils auront respectivement parcourue »[15].

Dans le chapitre « Excédent et déficit » des *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* on trouve également des exemples de problèmes non-linéaires résolus à l'aide de cette méthode de calcul. Sur les vingt problèmes présentés, douze utilisent directement la méthode de base (voir encadré), cinq transforment par des doubles suppositions le problème d'origine en forme normale[16] et donnent le résultat exact. Seuls les trois derniers emploient la procédure de « double fausse position » et aboutissent à un résultat approximatif.

Le *Livre sur les calculs mathématiques* des fiches en bambou des Han

Nous avons vu plus haut que les « neuf domaines mathématiques », bien que cités dans les *Rites des Zhou,* n'y sont pas explicités, ce qui a induit certains chercheurs à penser que la datation à l'Antiquité de la procédure « de l'excédent et du déficit » avait été formulée par les lettrés des Han. Si la plupart des historiens des mathématiques chinoises pensaient que les *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* n'avaient pu surgir du vide au début des Han de l'Est (25-220), ils manquaient néanmoins de preuves irréfutables pour contrer les conclusions de l'école du « Scepticisme à propos de l'Antiquité ». Ce fut chose faite en 1983, lors de fouilles menées à Zhangjiashan dans la tombe d'un individu qui aurait vécu autour du deuxième siècle avant notre ère et serait ainsi contemporain de Zhang Cang (p. 1). Le *Livre sur les calculs mathématiques* rédigé sur fiches en bambou y a été découvert et a ainsi permis d'affirmer que la procédure « de l'excédent et du déficit » avait déjà atteint sa phase de maturité au début des Han de l'Ouest (ill.1). Son contenu présente de nombreuses ressemblances avec l'édition actuelle des *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* ; les intitulés de certains fragments et de quelques-uns des problèmes qui y sont exposés sont également identiques[17]. Il sera ici principalement question des trois problèmes relatifs à la procédure « de l'excédent et du déficit ».

Le premier s'appelle « partage de sapèques » et sa formulation est la suivante : « Si 2 personnes se partagent des sapèques, il y en a 3 de trop ; si ce sont 3 personnes il en manque 2. On demande quel est le nombre de personnes et combien il y a de sapèques. Le résultat est : 5 personnes et 13 sapèques. On multiplie le surplus (excédent) et le déficit par les dénominateurs qui ne leur correspondent pas et on prend [la somme] comme dividende. Les numérateurs sont additionnés, ce qui donne le diviseur. Si le surplus (l'excédent) est égal au déficit, on multiplie les numérateurs par les dénominateurs qui ne leur correspondent pas et on les place séparément. On soustrait le plus petit numérateur du plus grand numérateur, le reste donne le diviseur. On prend le déficit comme dividende »[18] (ill. 2). À l'exception des données numériques légèrement modifiées, ce problème, ainsi que la procédure suivie, est identique au premier du chapitre « Excédent et déficit » des *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* : le « partage des sapèques » a simplement été remplacé par « ce qui est payé ».

Le deuxième problème s'intitule « paiement de riz » et est ainsi exposé : « 2 *dou* de riz décortiqué < poli > valent 3 sapèques et 3 *dou* de riz décortiqué 2. Supposons que l'on ait 10 *dou* de [riz] poli et décortiqué valant treize sapèques à la vente. On demande combien il y a de [riz] poli et décortiqué. Le résultat est : 7 *dou* et 3/5 [*dou*] de riz poli, 2 *dou* et 2/5 [*dou*] de riz décortiqué. La procédure explique : Si tout était du riz décortiqué < poli >, on aurait un surplus (excédent) de 2 sapèques ; si tout était du riz poli < décortiqué >, on aurait un déficit de 6 [sapèques] et un tiers [de sapèques] [....] »[19] (ill. 3).

Ce problème et le 13e du chapitre « Excédent et déficit » des *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* relèvent de la même catégorie : hormis la modification des données, il suffit de remplacer les deux sortes de riz par les deux types de vin. La méthode de résolution décrite sur les fiches en bambou est aussi similaire à celle du « vin de bonne qualité et du vin de mauvaise qualité ». On suppose d'abord que tout soit du riz poli et on calcule la valeur de l'excédent d'après les éléments connus ; ensuite on suppose que tout soit du riz décortiqué et on calcule la valeur du déficit à partir des éléments connus. Le problème d'origine est ainsi transformé en modèle standard de la procédure « achat en commun ».

Le contenu du troisième problème intitulé « champ rectangulaire » est identique à celui proposé ultérieurement dans les *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* et relève de la procédure d'extraction de la racine carrée. La méthode de résolution fournie par le *Livre sur les calculs mathématiques* ne correspond néanmoins pas à celle employée usuellement, mais relève des méthodes d'approximation de la procédure « de l'excédent et du déficit ». L'énoncé original est : « Combien un champ de 1 *mu* fait-il de *bu* (pas) ?[20] La réponse est : le côté est de 15 *bu* et 15/31 *bu*. La procédure explique : Si on a un côté de 15 *bu*, le déficit est de 15 *bu* ; si on a un côté de 16 *bu*, on a un reste de 16 *bu*. On dit : On rajoute le surplus (l'excédent) au déficit, ce qui donne le diviseur. Le numérateur du déficit multiplie le dénominateur du surplus (de l'excédent), le numérateur du surplus (de l'excédent) multiplie le dénominateur du déficit, et on prend la somme comme dividende. [...] »[21] (ill. 4).

Suivant la mesure du *mu* de l'Antiquité qui équivalait à 240 *bu* (pas) carrés, il s'agit dans ce problème d'extraire la racine carrée de 240. Le passage du texte des fiches en bambou expliquant que « si on a un côté de 15 *bu* le déficit est de 15 *bu* » émet l'hypothèse qu'on ait un carré de 15 *bu* de côté, ce qui fait une surface de 225 *bu* carrés, et donc un « déficit » de 15 *bu* par rapport à 240. Lorsque le passage dit que « Si on a un côté de 16 *bu*, le reste est de 16 *bu* », on émet l'hypothèse qu'on ait un carré de 16 *bu* de longueur, ce qui fait une surface de 256 *bu* carrés, et donc un « reste » de 16 *bu* par rapport à 240. Que les chiffres des deux suppositions de ce problème et ceux de l'« excédent » et du « déficit » correspondent est entièrement dû au hasard, et la méthode convient aux problèmes généraux. La méthode de calcul décrite dans les fiches en bambou est identique à la formule [1] (cf. encadré p. 5) de la procédure « de l'excédent et du déficit » :

$$\boxed{\sqrt{240} \approx \frac{16 \times 15 + 15 \times 16}{15+16} = 15\frac{15}{31}}$$

L'analyse ci-dessus montre que la procédure « de l'excédent et du déficit » était déjà parvenue à un stade de maturité à l'époque de la compilation du *Livre sur les calculs mathématiques*. La résolution des trois problèmes sélectionnés dans cet ouvrage réside dans l'emploi de la méthode de base (cf. encadré p. 5) « Excédent et déficit » pour le premier, dans l'application de la méthode d'origine aux problèmes pratiques pour le deuxième et dans l'utilisation de la procédure « de l'excédent et du déficit » pour des calculs d'approximation pour le troisième. Il s'agit des trois types de problèmes déjà présentés dans le chapitre « Excédent et déficit » des *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques.*

La diffusion des savoirs

La procédure « de l'excédent et du déficit » constitue un élément central des mathématiques traditionnelles en Chine. Exceptés les deux principaux ouvrages cités dans cet article, le *Classique mathématique de maître Sun* (ca. IVe siècle), le *Classique mathématique de Zhang Qiujian* (ca. Ve siècle), beaucoup d'ouvrages mathématiques de la période Song et Yuan et jusqu'à la *Somme des Neuf chapitres sur les méthodes mathématiques* (1450), ainsi que le *Traité systématique sur les méthodes mathématiques* (1592) des Ming, tous y font référence. Bien que l'objet du présent article ne soit pas de discuter de l'emploi et de la diffusion de méthodes similaires dans d'autres régions du monde[22], il est néanmoins intéressant de souligner que dans les sources anciennes de Babylone, d'Egypte ou d'Inde, il n'est pas fait mention de cette méthode. Des procédures de calcul similaires apparaissent autour du IXe siècle dans les ouvrages des mathématiciens musulmans et leur appellation mérite que l'on s'y attarde quelque peu.

Al-Khwarizmi (780 ?-850) et Abraham ibn Ezral (1096-1167) mentionnent tous les deux un livre de mathématiques, dont la traduction latine est *Liber augmenti et diminutionis* et contient ainsi les notions d'« augmenter » et de « diminuer ». Il est probable qu'il s'agisse d'une traduction de « Excédent et déficit ». Qusta ibn Luqa (ca. Xe siècle), al-Kashi (ca. XVe siècle) et autres, utilisent tous l'expression « hisab al-Khataayn » pour désigner cette méthode de calcul. Certains supposent que le terme « al-Khataayn » est une traduction de « Kitan » qui désigne généralement dans les sources musulmanes du Moyen Âge les régions du Nord de la Chine. D'autres encore critiquent cette dernière hypothèse et soulignent que ce même mot signifie en arabe « double supposition », ce qui rejoint la procédure des mathématiciens chinois[23].

En dehors de ces deux interprétations, d'autres mathématiciens musulmans, tel al-Banna (ca. XIIIe – XIVe siècle), la désignent par l'expression « procédure de la balance (dont les deux bras du fléau sont égaux) » (*Alm bi' l Kaffataim*). Certains la rattachent au mode de calcul qui prévoit de coupler les deux suppositions et leur excédent et déficit correspondant, puis de les multiplier réciproquement, à savoir « la multiplication en croix » dans la procédure des *Neuf chapitres*. La représentation de cette formule correspondant à une balance à plateaux. Quoi qu'il en soit, ce nom porte clairement l'empreinte de la Chine : lorsque l'on calcule à l'aide des baguettes, on retrouve en effet la représentation visuelle caractéristique du processus de « la multiplication en croix »[24]. Il est intéressant de signaler que les *Explications détaillées des Neuf chapitres sur les méthodes mathématiques* (1261) et les *Méthodes mathématiques étranges dans le droit fil des anciens* (1275) de Yang Hui comportent une illustration de cette formule[25].

La procédure « de l'excédent et du déficit » a été par la suite transmise en Europe par les savants arabes. Leonardo Fibonacci (1170 ?-1250 ?) lui consacre un chapitre entier de son *Liber Abaci* et la nomme « De regulis elchataym ». Il explique que le terme de « elchataym » est d'origine arabe, mais il est frappant de remarquer que sa traduction latine donne « duarum falsarum positionum regula » (règle de double fausse position), même si elle provient directement de « al-Khataayn ». Fibonacci explique qu'elle permet de résoudre quasiment tous les problèmes et mentionne également « la méthode de la balance à plateaux »[26], comme plus tard certains mathématiciens de la Renaissance, tels Luca Pacioli (1445 ?-1514 ?) ou Niccolò Tartaglia (1499 ?-1557).

Tandis que la procédure « de l'excédent et du déficit » a été transmise en Europe où elle a été présentée dans les livres mathématiques comme une méthode universelle de résolution des problèmes, elle a au contraire été délaissée en Chine. Les ouvrages mathématiques des Ming, comme le *Traité systématique sur les méthodes mathématiques*, mentionnent des problèmes d'excédent et de déficit, mais leurs auteurs n'explicitent que la méthode de base et ignorent son application élargie (voir p. 4-5). Elle a été à tel point négligée que les Pères jésuites arrivés en Chine à la fin des Ming croyaient qu'elle n'était employée que dans une formulation très restreinte et que la méthode « double emprunt et comparaison mutuelle » y était inconnue[27].

L'histoire de eurêka

En 1986, à l'initiative du Président de la République française, François Mitterand, l'Agence Européenne pour la coordination de la recherche, EURECA dans sa version abrégée, a été créée dans le but de promouvoir la productivité industrielle et la puissance technologique. Son nom se rapporte à la légende de la Grèce antique qui raconte comment le roi de Syracuse, Hiéron II, aurait confié à Archimède la tâche de déterminer si sa nouvelle couronne avait été forgée en or pur ou en alliage, afin de savoir si l'orfèvre l'avait ou non trompé au moment de sa facture. Archimède avait beau réfléchir, il ne parvenait pas à trouver la solution. Un jour, alors qu'il prenait son bain, il découvrit le principe fondamental [de l'hydrostatique] par la diminution du poids de ses membres dans l'eau. Dans l'enthousiasme de sa découverte, il s'élança dans la rue en criant « Eurêka » (j'ai trouvé !). Cette histoire a été largement diffusée dans le monde et le terme eurêka a par la suite signifié « découvrir », « rechercher » et autres synonymes dans de nombreuses langues.

L'histoire d'Archimède et d'eurêka est apparue pour la première fois dans le neuvième chapitre du *De Architectura Libri X*, de l'architecte romain Vitruve (ca. Ier siècle avant notre ère)[28]. À cette époque, Archimède était déjà mort depuis plus de deux siècles et certains ont ainsi soupçonné Vitruve de l'avoir inventée. Quoi qu'il en soit, Archimède nous a laissé le célèbre *Traité des corps flottants* et cette anecdote est souvent rapportée par les auteurs traitant de la loi de la flottabilité afin d'aiguiser la curiosité des lecteurs. Elle a été transmise en Chine à l'époque Ming et Qing à travers les écrits mathématiques. Elle est mentionnée pour la première fois dans le quatrième chapitre du *Guide d'arithmétique en langue commune* (1613), compilé par Li Zhizao (1565-1630) et Matteo Ricci (1552-1610) : « On avait demandé la fabrication d'un four en or à partir de 100 *jin* d'or. Après qu'il eut été terminé, on soupçonna l'orfèvre d'avoir volé une partie de l'or et de l'avoir remplacée par de l'argent. Est-il possible de connaître la quantité d'argent employée sans endommager le four ? La méthode consiste à immerger les objets dans l'eau »[29]. Bien que nous n'ayons aucun détail, les éléments de l'histoire [de Hiéron] sont déjà présents.

L'auteur des *Chroniques du miroir occidental en Europe* détaille encore mieux cette histoire, tout en utilisant les mêmes données numériques que celles citées dans le *Guide d'arithmétique en langue commune* : « Le roi ordonna à un orfèvre de fondre un tripode de 100 [*jin*] d'or. L'artisan retint une certaine quantité d'or et mélangea le reste avec de l'argent. Quand le tripode fut achevé, il fut présenté au souverain. Ce dernier, trouvant la couleur de la pièce plutôt fade, ordonna au savant Archimède, doué dans les mathématiques et en astronomie, de calculer combien d'or avait été volé. [...] Archimède s'attela à répondre à l'ordre royal, mais bien qu'il l'examina sous différents angles, il ne put, dans un premier temps, trouver de solution. Un jour, alors qu'il prenait son bain, son attention fut attirée par l'eau qui montait et débordait de la baignoire. Il comprit qu'il détenait la clé du problème et il en fut si heureux qu'il rentra nu chez lui sans s'en rendre compte »[30] (ill. 5). La couronne d'or de l'histoire d'origine a ici été changée en tripode et Archimède transformé en *Ya-Er-Ri-Bai-La*. Ce dernier terme, renvoie à la translittération du mot « algebra », mais il est également possible que ce livre ait été dicté par un Occidental et que « Archimède » ait été transcrit *Ya-Er-Ri-Bai-La* par le Chinois qui le rédigeait. Il est encore plus vraisemblable que le traducteur ait intentionnellement voulu introduire cette ambiguïté, suivant en cela les Anciens qui empruntaient le nom de *Shang Gao* (lit. évaluer la hauteur) pour un éminent géomètre de l'époque du duc des Zhou.

Les auteurs des *Chroniques du miroir occidental en Europe* expliquent que de nombreuses méthodes formulées dans leur ouvrage « peuvent être comparées avec certaines présentes dans l'ouvrage chinois des *Neuf chapitres* ». Ce qu'ils ne savent pas, c'est que « la méthode double » qu'ils emploient ne remonte pas à Vitruve, mais qu'elle correspond justement à la procédure « de l'excédent et du déficit » décrite dans le classique mathématique chinois, les *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques*. La résolution du problème repose sur la présupposition que les objets sont entièrement immergés dans l'eau et que chaque 100 *jin* d'or jaune, d'argent blanc et du tripode déplacent respectivement 60, 90 et 65 *jin* d'eau. Ceci revient à supposer que le poids de l'or, de l'argent et du tripode seraient dans des proportions de 100/60, 100/90 et de 100/65. Maintenant, si on applique la « méthode double » il serait ainsi formulé :

- Il est présupposé que 40 *jin* d'or aient été échangés contre de l'argent, ceci déplacerait une quantité d'eau équivalant à : $60 \times (60/100) + 40 \times (90/100) = 72$.
- On compare ce résultat avec les 65 *jin* d'eau déplacés par les 100 *jin* du tripode et on obtient la quantité de l'excédent : $72 - 65 = 7$.
- Il est ensuite supposé que 30 *jin* d'or sont échangés contre de l'argent, ceci déplacerait une quantité d'eau équivalant à : $70 \times (60/100) + 30 \times (90/100) = 69$.
- On compare ce résultat avec les 65 *jin* d'eau déplacés par les 100 *jin* du tripode et on obtient la quantité de l'excédent : $69 - 65 = 4$.

Le problème d'origine a ainsi été reformulé et correspond au modèle d'un « achat en commun » : « Supposons que l'on ait un achat en commun d'une marchandise et que si chacun paie 40 il y ait un excédent de 7 ; si chacun paie 30, il y ait un déficit de 4. On demande la somme payée par chaque personne » qui, en utilisant la formule [1] (cf. encadré), équivaut à « la quantité d'or volée et remplacée par de l'argent » : $[40 \times (-4) + 30 \times 7] \div [7 + (-4)] = 50/3$.

Les *Chroniques du miroir occidental de l'Europe* (Ming-Qing)

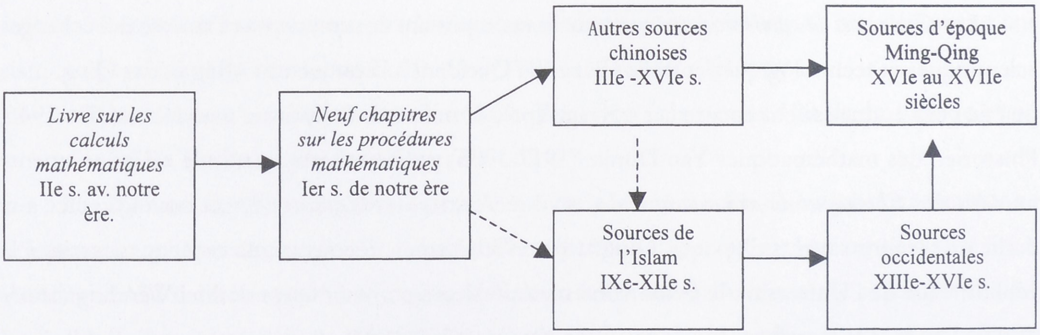
L'auteur des *Chroniques du miroir occidental de l'Europe* est inconnu, bien que l'on devine qu'il s'agit de Matteo Ricci d'après certains indices donnés dans la préface : « La traduction du Maître de l'Occident contient la division et la multiplication de fractions, l'extraction de la racine carrée, l'extraction de la racine cubique, le champ carré, le théorème *gougu* (ou de Pythagore), des méthodes arithmétiques, telle celle de la pesée de l'or. Tout y est expliqué de façon extrêmement concise et donc facile à apprendre. On y calcule sur papier sans utiliser les baguettes de calcul. Il n'y a rien qui ne puisse pas être supposé et déduit : la hauteur des montagnes et des terrasses ; la profondeur et la largeur des puits, des vallées, des rivières et des marais ; la longueur des trajets ; la taille des toiles et des soieries ; la quantité de riz ou de millet ; les poids et les prix, etc. Ainsi, les *Neuf chapitres* apportent peu, alors que les *Chroniques du miroir occidental* en sont un guide important (ill. 6).

L'ouvrage traduit dont il est ici question serait le *Guide d'arithmétique en langue commune* que Matteo Ricci a rédigé avec Li Zhizao à la fin des Ming : le premier livre introduisant en Chine les mathématiques occidentales. Une grande partie de son contenu provient de l'*Epitome Arithmeticae Practicae* (1583) de Christopher Clavius (1537-1612), professeur de Matteo Ricci à Rome. Le *Guide* intègre également quelques problèmes du *Traité systématique sur les méthodes mathématiques*. La dernière partie des *Chroniques du miroir occidental en Europe* introduit la « méthode double » qui consiste « à établir deux suppositions parallèles lorsque le montant d'une chose est inconnu et à multiplier et à diviser suivant la méthode afin d'obtenir la vraie quantité ». Elle est employée dans neuf problèmes mentionnés dans cet ouvrage, dont le dernier cité est celui de la couronne en or d'Archimède.

Les *Chroniques du miroir occidental* constituent un important document pour l'analyse des échanges scientifiques et technologiques entre la Chine et l'Occident à l'époque des Ming et des Qing, mais peu de gens connaissaient encore cet ouvrage après le milieu de la dynastie mandchoue. En 1946, l'historien des mathématiques Yan Dunjie (1917-1988) publie un article intitulé « Tâtonnements au sujet des *Chroniques du miroir occidental* », où il reconstruit les contours de cet ouvrage grâce aux écrits de certains savants d'époque Qing[31]. En 1950, Yan en découvre une copie manuscrite à la bibliothèque de l'Université de Pékin contenant plusieurs commentaires de Mei Wending (1633-1721). Grâce à la postface du savant Qian Daxin (1728-1804) de l'école Qian-Jia[32] (ill. 7), il apprend que la copie annotée personnellement par le célèbre mathématicien du début des Qing, Mei Wending, a été obtenue par un autre éminent spécialiste, Li Rui (1765-1817 ou 1814), qui l'aurait prêtée à un autre savant, Jiao Xun (1763-1820). Ce dernier en aurait « fait lui-même une copie après trois jours d'efforts » (ill. 8). Cette dernière, déposée à la bibliothèque de l'Université de Pékin, est le seul exemplaire connu au monde, car la version critique de Mei Wending obtenue par Li Rui n'a pas été retrouvée à ce jour. La version de cette transmission coïncide avec le récit que l'on trouve dans la *Bibliographie des écrits de Mei Wending relatifs aux mathématiques et au calendrier*, le *Journal de Li Rui* et les *Écrits du pavillon Diaogu* de Jiao Xun. Le contenu du livre est également cohérent avec les conclusions auxquelles était autrefois parvenu Yan Dunjie dans l'article cité ci-dessus. Le fait qu'un manuscrit racontant une légende relative à Archimède soit passé par tant de mains savantes et nous soit parvenu constitue une belle anecdote pour l'histoire des échanges scientifiques entre l'Occident et la Chine. Ceci est d'autant plus estimable que cet ouvrage, expurgé de quelques erreurs mineures présentes dans la copie manuscrite, est maintenant inclus dans la *Collection systématique des classiques des sciences et technologies en Chine*[33].

Conclusion

Le *Livre sur les calculs mathématiques* renforce l'idée que les *Neuf chapitres* se sont développés à partir des « Neuf domaines mathématiques » et fournit une piste nouvelle au sujet des origines de la procédure « de l'excédent et du déficit ». Au sujet de la transmission de cette dernière au monde musulman depuis la Chine, je me suis appuyé, en raison des lacunes linguistiques et de l'insuffisance des sources, sur les résultats de mes précurseurs. Karine Chemla avait déjà argumenté en faveur d'une probable influence chinoise dans ce domaine, dans un important article analysant les méthodes mathématiques, dont le sous-titre « Comment refermer la boucle » était très explicite. Exceptés certains points techniques qu'elle avait soulevés et posant encore problème, je répondrais à cette question à l'aide du schéma suivant :



Les traits pointillés signifient qu'il n'est pas encore possible de tirer des conclusions définitives au sujet d'une liaison directe. Réunir les preuves et les arguments soutenant une telle hypothèse constitue l'un des plus grands défis de la recherche sur l'histoire des mathématiques du Moyen Âge.

Les matériaux présentés dans cet article apportent un intéressant complément à la question posée par Karine Chemla. En effet, à l'époque Ming et Qing, lorsque les missionnaires introduisent certaines de leurs connaissances scientifiques, les *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* avaient quasiment disparus. C'est pourquoi Xu Guangqi (1562-1633) et d'autres savants montrèrent de l'admiration pour la logique des mathématiques occidentales, mais aucun regret pour la disparition des *Dix livres des classiques mathématiques*[34]. Xu Guangqi et Li Zhizao ne savaient pas que la méthode universelle propagée par le *Guide d'arithmétique en langue commune* et les *Chroniques du miroir occidental en Europe* n'était autre que la procédure « de l'excédent et du déficit » de la Chine ancienne. Ceci renvoie au poème des Tang de He Zhizhang (extrait du *Journal fortuit d'un retour au village natal*) :

Jeune, j'ai quitté ma maison ; vieux, j'y retourne ;
Mon dialecte n'a pas changé, mais mes cheveux se sont raréfiés ;
Les enfants me rencontrent et ne me connaissent pas
Ils demandent en souriant : « Voyageur, d'où viens-tu ? »

Au-delà de celui qui rentre au village natal, il y a ici un véritable étranger : l'histoire d'Archimède utilisant l'un des principes de l'hydrostatique pour déterminer la quantité d'or dans la couronne[35]. La combinaison des approches suivies montre l'importance de l'archéologie et de la découverte de nouvelles sources écrites pour l'histoire des sciences, et permet également de suivre le complexe processus de la transmission des savoirs scientifiques.

Cette conférence a été donnée le 4 novembre 2003 au Centre d'histoire de la Chine ancienne de l'Université de Pékin.

Texte traduit du chinois par Andrea Bréard et revu par Paola Calanca

Notes

[1] Depuis 2004, nous disposons d'une édition critique bilingue de cet ouvrage, présentée et annotée en français par Karine Chemla et Guo Shuchun (*Les Neuf chapitres. Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires*, Paris, Dunod) (NdT).

[2] Liu Dun, *Dazai yan shu*, Shenyang, Liaoning chubanshe, 1993, p. 14-15.

[3] Mathématicien et astronome, Zhang Cang occupa de hautes charges dans l'administration des Han et finit sa carrière comme premier ministre sous le règne de l'empereur Wen (180-157 A.C.) des Han (NdT).

[4] Il s'agit respectivement : du calcul de l'aire des surfaces ; de la méthode de calcul des proportions; des partages proportionnels ; de l'extraction des racines carrées ; du calcul employé pour établir le coût des travaux de construction ; du calcul de l'impôt ; la procédure « de l'excédent et du déficit »; de la résolution des problèmes linéaires à plusieurs inconnues et du calcul d'un triangle rectangle (la somme des carrés des côtés est égale au carré de l'hypoténuse) (NdT).

[5] Qian Baocong (éd.), *Suanjing shishu*, Beijing, Zhonghua shuju, 1963, vol. 1, p. 91.

[6] Expression liée aux problèmes des carrés inscrits dans un triangle rectangle (NdT).

[7] Expression qui reste à ce jour énigmatique (NdT).

[8] Ce terme désigne la disposition des coefficients d'un « système d'équations linéaires » sous forme de matrices (NdT).

[9] Qian Baocong, 1963, p. 205.

[10] Il s'agit en effet de placer des nombres représentés par des baguettes sur la surface de calcul.

[11] Qian Baocong, 1963, p. 212.

[12] 1 *dou* est égal à 10 *sheng*.

[13] Qian Baocong, 1963, p. 213.

[14] Qian Baocong, 1963, p. 214.

[15] Qian Baocong, 1963, p. 216.

[16] La forme normale sous-entend d'avoir des suppositions sur les résultats avec un excédent et/ou un déficit donné, ce qui n'est pas le cas dans le problème du vin par exemple, où l'on doit d'abord calculer un excédent et un déficit en faisant deux hypothèses sur la solution du problème (NdT).

[17] Peng Hao, *Zhangjiashan Han jian « Suan shu shu » zhushi,* Beijing, Kexue chunbanshe, 2001.

[18] Zhangjiashan ersiqi hao Han mu zhujian zhengli xiaozu éd., *Zhangjiashan Han mu zhujian*, Beijing, Wenwu chubanshe, 2001, p. 265. Dans ce livre, les éditeurs ajoutent à côté du texte des fiches en bambou les symboles ( ) pour exprimer qu'il y a un caractère alternatif, < > pour exprimer qu'il y a un faux caractère, ou [ ] pour rajouter un caractère omis. Ci-dessous nous suivons cette convention.

[19] Zhangjiashan ersiqi hao Han mu zhujian zhengli xiaozu, 2001, p. 266.

[20] Le *mu* est une mesure agraire qui varie selon les époques et les systèmes. Bien qu'il soit préférable

de traduire *fangtian* par champ rectangulaire étant donné que les problèmes inclus dans ce chapitre sont variés, dans ce cas précis il s'agit bien d'un champ carré (NdT).

[21] Zhangjiashan ersiqi hao Han mu zhujian zhengli xiaozu, 2001, p. 272.

[22] À ce sujet voir : Qian Baocong, « Jiu zhang suan shu ying bu zu shu liuchuan Ouzhou kao », *Kexue*, vol. 12, n. 6, 1927, p. 701-714 ; Du Shiran, « Shilun Song Yuan shiqi Zhongguo he Yisilan guojia jian de shuxue jiaoliu », *Song Yuan shuxue shi lunwenji*, Beijing, Kexue chubanshe, 1966, p. 241-265 ; Chemla Karine, "Reflections on the World-wide History of the Rule of False Double Position, or : How a Loop was Closed", *Centaurus*, vol. 39, 1997, p. 97-120.

[23] Joseph Needham, *Science and Civilization in China*, Cambridge, CUP, vol. 3, 1959, p. 118.

[24] Le premier à avoir remarqué cette question fut Adolf Pavlovitch Juschkewitsch, (cf. *Geschichte der Mathematik im Mittelalter*). Le présent article se réfère à sa traduction chinoise in Li Wenlin (éd.), *Shuxue zhenbao – lishi wenxuan jingxuan*, Beijing, Kexue chubanshe, 1998, p. 199-200.

[25] Du Shiran, 1966, p. 252.

[26] Li Wenlin, 1998, p. 200.

[27] C'est par cet énoncé que les Jésuites caractérisaient la méthode de double fausse position.

[28] Vitruvius M., *On Architecture*, Granger F. ed., London, William Heinemann, 1955, vol. 2, p. 202-205.

[29] Li Madou, Li Zhizao (éds.), *Tongwen suanzhi*. Voir Guo Shuchun *et al.* (éds.), *Zhongguo kexue jishu dianji tonghui - Shuxue juan*, Zhengzhou, Henan jiaoyu chubanshe, 1993,vol. 4, p. 165.

[30] Anonyme, *Ouluoba xi jing lu*. Voir Guo Shuchun, 1993, p. 281.

[31] Yan Dunjie, « Xi jing lu mingqiu », *Zhongyang ribao*, 25/6/1946.

[32] Il s'agit d'une école d'exégèse et d'étude critique des classiques sous les règnes Qianlong (1736-1796) et Jiaqing (1796-1821) (NdT).

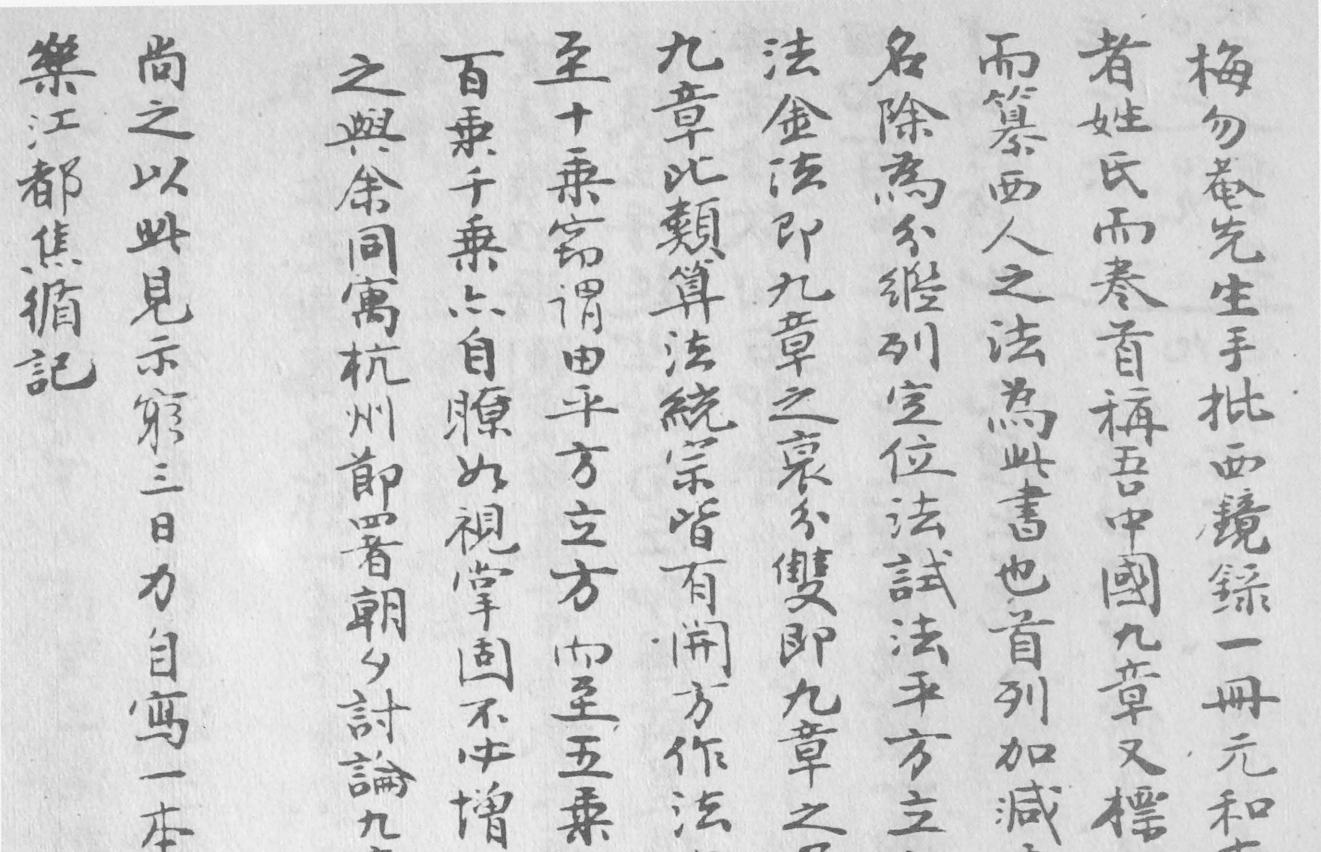
[33] Liu Dun, « Ouluoba xijing lu tiyao ». Voir Guo Shuchun, 1993, p. 279-280.

[34] Xu Guangqi, préface au *Guide d'arithmétique en langue commune*. Voir Guo Shuchun, 1993, p. 77.

[35] Liu Dun, "A Homecoming Stranger: Transmission of the Method of Double False Position and the Story of Hiero's Crown", *in* Yvonne Dolde-Samplonius *et al.* (éds.), *From China to Paris: 2000 Years of Transmission of Mathematical Ideas*, Stuttgart, Steiner, 2002, p. 157-166.

Légendes des illustrations

1 : *Livre sur les calculs mathématiques* (fiches en bambou des Han)
(d'après *Zhangjiashan Han mu zhujian*, 2001, p. 83)
2 : Problème « partage de sapèques »
(d'après *Zhangjiashan Han mu zhujian*, 2001, p. 94)
3 : Problème « paiement de riz »
(d'après *Zhangjiashan Han mu zhujian*, 2001, p. 77)
4 : Problème « champ rectangulaire »
(d'après *Zhangjiashan Han mu zhujian*, 2001, p. 98)
5 : Problème du tripode en or des *Chroniques du miroir occidental*
(d'après Guo Shuchun, 1993, p. 4-281)
6 : Préface des *Chroniques du miroir occidental*
(d'après Guo Shuchun, 1993, p. 4-302)
7 : Postface de Qian Daxin *Chroniques du miroir occidental*
(d'après Guo Shuchun, 1993, p. 4-281)
8 : Note de Jiao Xun aux *Chroniques du miroir occidental*
(d'après Guo Shuchun, 1993, p. 4-302)



梅勿菴先生手批西鏡錄一冊元和李尚之得諸吳市其書無撰
者姓氏而卷首稱吾中國九章又標曰歐邏巴西鏡錄蓋中國人
而纂西人之法為此書也首列加減乘除而名加為計名減為除
名除為分繼列定位法試法平方立方三乘方法終之以金法雙
法金法即九章之衰分雙即九章之盈不足也梅氏少廣拾遺云
九章比類算法統宗皆有開方作法本原圖僅及五乘西鏡錄廣
至十乘窃謂由平方立方而至五乘方其體例已明明于五乘雖
百乘千乘亦自瞭如視掌固不必增耳時嘉慶庚申冬十月尚
之與余同寓杭州節署朝夕討論九章天元大衍之理三鼓不倦
尚之以此見示窮三日力自寫一本因書卷末以志朋友講習之
樂江都焦循記

圖 8　《西鏡錄》焦循題記

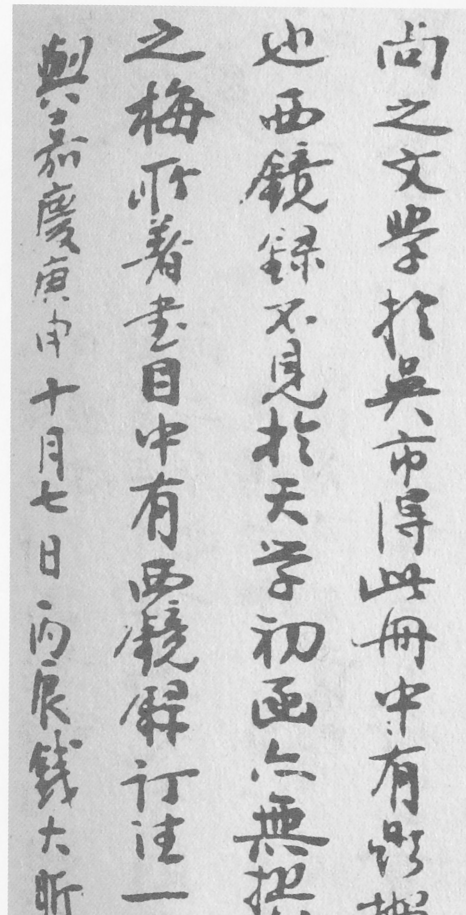

尚之文學於吳市得此冊中有所擬數條皆梅勿菴先生手迹
也西鏡錄不見於天學初函亦無撰人名氏唯梅氏書中屢見
之梅所著書目中有西鏡錄訂注一卷今已失傳此殆其初稿
與嘉慶庚申十月七日竹汀錢大昕記

圖 7　《西鏡錄》錢大昕跋

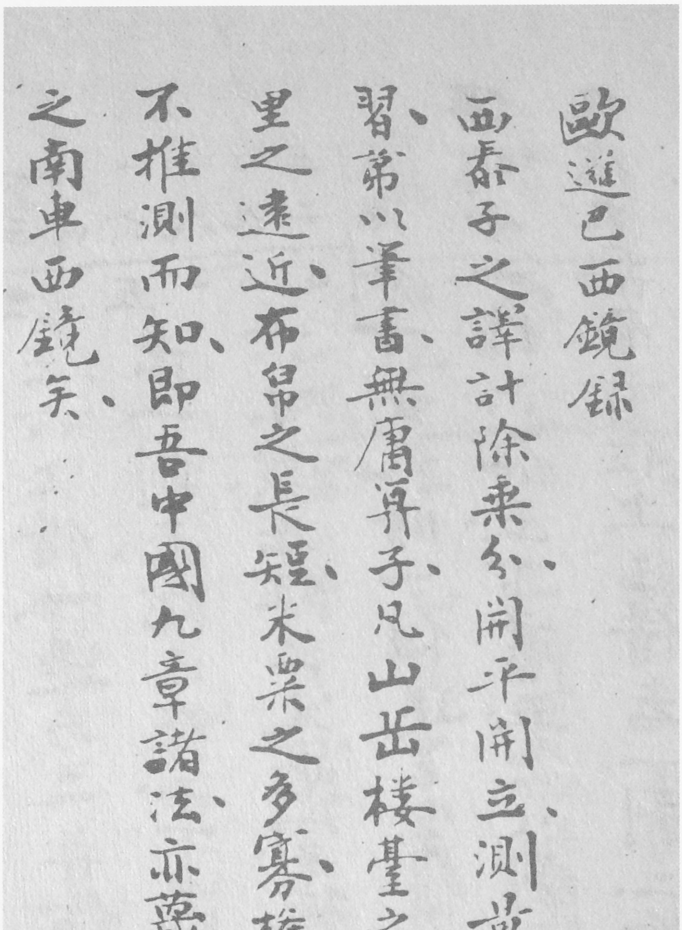
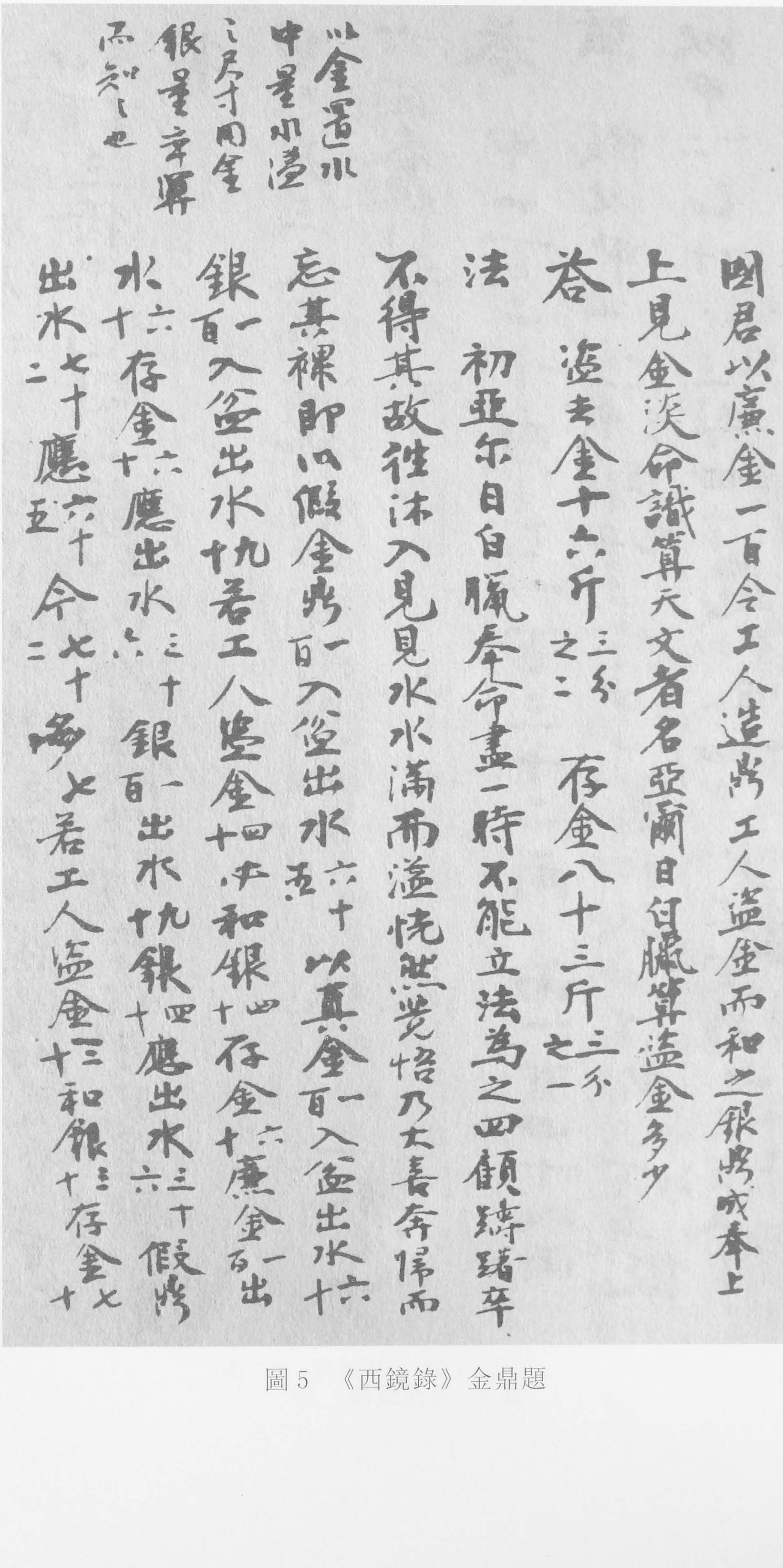

歐邏巴西鏡錄
西泰子之譯計除乘分、開平開立、測量句股金法數種、極簡明易
習、第以筆畫、無庸算子、凡山岳樓臺之崇卑、井谷川澤之深廣、道
里之遠近、布帛之長短、米粟之多寡、權衡之輕重、物價之貴賤、靡
不推測而知、即吾中國九章諸法、亦蔑有加于斯者、深為算術家
之南車西鏡矣、

圖 6 《西鏡錄》序



國君以廣金一百令工人造鼎工人盜金而和之銀鼎成奉上
上見金淡命識算天文者名亞爾日白臘算盜金多少
答 盜去金十六斤三分之二 存金八十三斤三分之一
法 初亞爾日白臘奉命盡一時不能立法為之四顧躊躇卒
不得其故往沐入見見水水滿而溢恍然覺悟乃大喜奔歸而
忘其裸即以假金鼎一百入盆出水六十五以真金一百入盆出水六十
銀一百入盆出水九十若工人盜金四十和銀四十存金六十應金一百出
水六十存金六十應出水三十六銀一百出水九十銀四十應出水三十六假鼎
出水七十二應六十五今七十二多七若工人盜金三十和銀三十存金七十

以金置水
中量水溢
之尺寸同金
銀量率算
而知之也

圖 5 《西鏡錄》金鼎題

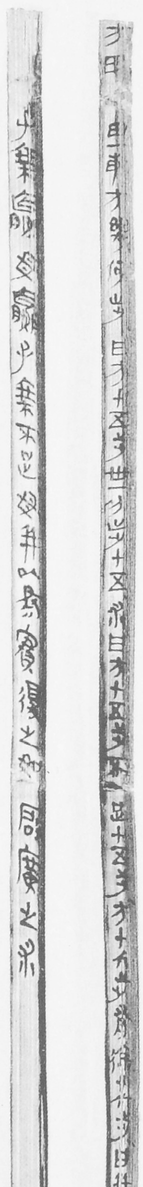


圖 4　《算數書》方田簡

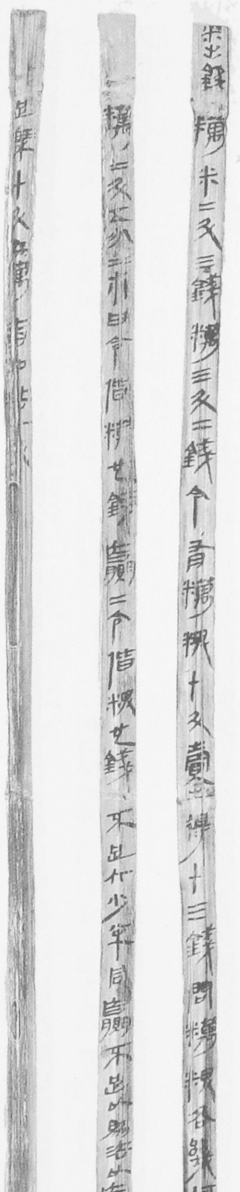


圖 3　《算數書》米出錢簡

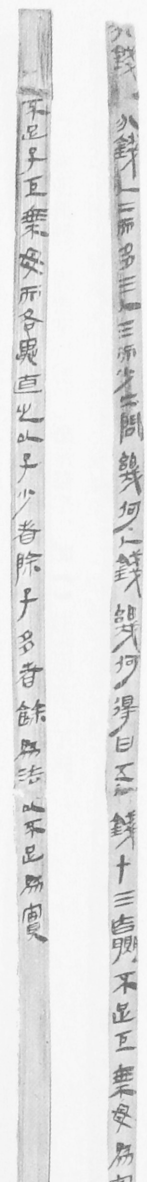


圖 2　《算數書》分錢

圖1　漢簡《算數書》

（九） 彭浩，《張家山漢簡「算數書」注釋》，北京：科學出版社，2001年。

（十） 張家山二四七號漢墓竹簡整理小組編著，《張家山漢墓竹簡》，北京：文物出版社，2001年，第265頁。按，本書編輯者以原簡文旁加（）注明異體、假借字，加〈〉標示錯字，加【】注出脫文。下同。

（十一） 張家山二四七號漢墓竹簡整理小組，2001，第266頁。

（十二） 張家山二四七號漢墓竹簡整理小組，2001，第272頁。

（十三） 有關的研究可參看：錢寶琮，『九章算術盈不足術流傳歐洲考』，《科學》，12卷6期，1927年，第701－714頁；杜石然，『試論宋元時期中國和伊斯蘭國家間的數學交流』，《宋元數學史論文集》，北京：科學出版社，1966年，第241－265頁；Chemla K., "Reflections on the World-wide History of the Rule of False Double Position, or: How a Loop Was Closed", *Centarus*, Vol. 39, 1997, p. 97-120.

（十四） Needham J., *Science and Civilisation in China*（中國科學技術史）, Vol.3, Cambridge, CUP, 1959, p. 118.

（十五） 最早注意此問題的是尤什凱維奇（А. П. Юшкевич），見其《中世紀數學史》；本文引自李文林選編，《數學珍寶－史文獻精選》，北京：科學出版社，1998年，第199－200頁。

（十六） 杜石然，1966，第252頁。

（十七） 李文林，1998，第200頁。

（十八） Vitruvius M., *On Architecture*, Granger F. ed., London, William Heinemann, 1955, Vol. 2, p. 202-205.

（十九） 利瑪竇，李之藻編，《同文算指》，見郭書春主編，《中國科學技術典籍通彙。數學卷》卷四，鄭州：河南教育出版社，1993年，第165頁。

（二十） 佚名，《歐羅巴西鏡錄》，見郭書春，1993，第281頁。

（二十一）嚴敦傑，『西鏡錄冥求』，《中央日報》1946年6月25日。

（二十二）劉鈍，『歐羅巴西鏡錄提要』，見郭書春，1993，第279－280頁。

（二十三）徐光啓，『同文算指序』，見郭書春，1993，第77頁。

（二十四）Liu Dun, "A Homecoming Stranger: Transmission of the Method of Double False Position and the Story of Hiero's Crown"（一位陌生的回鄉人－盈不足法的流傳和希羅王金冠的故事）, Yvonne Dold-Samplonius *et al.* eds., *From China to Paris: 2000 Years Transmission of Mathematical Ideas*（從中國到巴黎－數學理念傳播兩千年）, Stuttgart, Steiner, 2002, p. 157-166.

紹進來之時，古本《九章算術》幾乎已經失傳，以致徐光啓（1562——1633）等人在驚歎西方數學表現出的邏輯力量的同時，發出了『雖失十經（指《算經十書》）如棄敝屩矣』(二十三)的感歎。但是徐光啓和李之藻他們都不知道，《同文算指》和《歐羅巴西鏡錄》所極力宣傳的萬能方法，正是中國古代的盈不足術。這真是

少小離家老大回，
鄉音未改鬢毛衰。
兒童相見不相識，
笑問客從何處來。

——〔唐〕賀知章《回鄉偶書》

不過同這位回鄉者一道來的，還有一位真正的外鄉客人，那就是阿基米德利用浮力鑒別金冠的故事。(二十四)這樣兩條敍事線索交織在一起，不但顯示了考古學和文獻發掘對於科學史的重要意義，也揭示了科學知識在不同文明之間傳播的複雜歷程。

（本文是二〇〇三年十一月四日法國遠東學院北京中心在北京大學中國古代史研究中心舉行的《歷史、考古與社會》中法學術系列講座上的講稿）

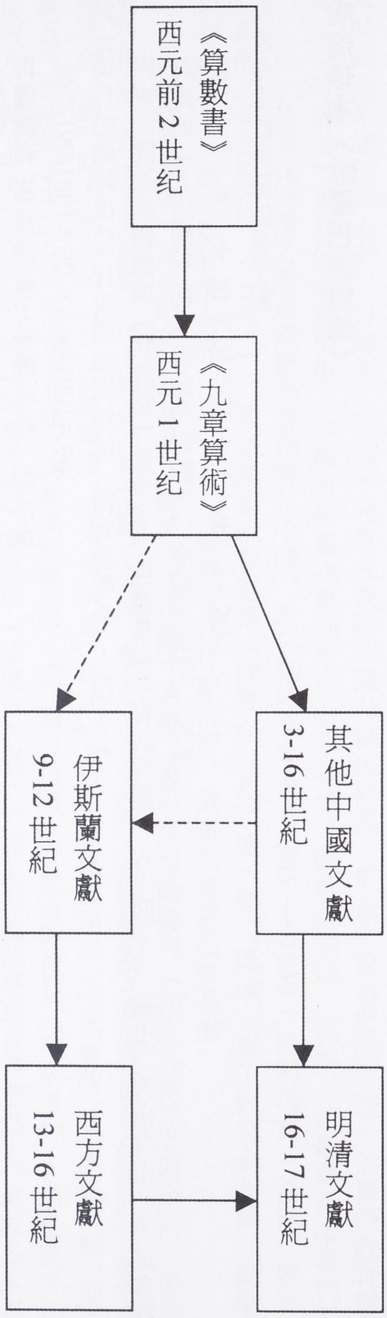
註釋

（一）劉鈍，《大哉言數》，瀋陽：遼寧教育出版社，1993年，第14—15頁。
（二）錢寶琮校點，《算經十書》上册，北京：中華書局，1963年，第91頁。
（三）錢寶琮，1963，第205頁。
（四）錢寶琮，1963，第212頁。
（五）1斗等於10升。
（六）錢寶琮，1963，第213頁。
（七）錢寶琮，1963，第214頁。
（八）錢寶琮，1963，第216頁。

批點本已不知所終，北京大學所藏焦循鈔本實乃海內外孤本。以上情況，又都與梅氏《勿庵曆算書目》、李氏《觀妙居日記》、焦氏《雕菰樓集》中的記述相契合。至於書中的內容，也與嚴敦傑先生數年前『冥求』的結果若相契合。一部記敘了阿基米德有趣傳說的鈔本經過這麼多名學者過目，最後得以存留於世，這真是中西科學交流史上的一段佳話。慶幸的是，現在這部珍稀文獻已被收入《中國科學技術典籍通彙》出版，鈔本中的少數舛錯也得到了訂正。(二十二)

結論

本文敍述的兩條線索，到這裏就應該合攏了。關於盈不足術的早期源流，《算數書》爲我們提供了新的線索，這一發現的意義在於增強了我們對『九數之流則《九章》是矣』的信心。至於盈不足術是怎樣傳到伊斯蘭世界的，由於語言上和文獻方面的缺陷，本人只能引述一些前人的結果。不過林力娜在她那篇重要的論文中，通過對演算法的細緻分析，論證了中古時期伊斯蘭和西方數學中相關方法受到中國影響的可能性。她又以『一個環路是如何回到起點的』(*How a Loop Was Closed*)作爲論文的副題，如果除去其中的細枝末節，本人可以用如下的圖示來概括性地回答這個問題：



圖中虛線相聯的環節，本人不敢說是結論，找到更堅實的證據支援或推翻這種猜測，將是世界範圍內中古數學史研究中最具誘惑性的課題。

回到林力娜提出的那個『環路』怎樣合攏的問題，本文對最後一環補充了有趣的材料。明清之際，當西方數學被傳教士介

斤的鼎排出65斤的水，也就是假定金、銀、鼎的比重分別是100/60、100/90和100/65。

以下應用『雙法』。先假設有40斤的金子被換成銀，則排水

$$60\times(60/100)+40\times(90/100)=72$$

與100斤的鼎排出65斤水的前提相比，得到盈數$72-65=7$

再假設有30斤的金子被換成銀，則排水

$$70\times(60/100)+30\times(90/100)=69$$

與100斤的鼎排出65斤水的前提相比，得到盈數$69-65=4$

原來的問題就轉換成『共買物』類型了，也就是『今有共買物，人出四十，盈七；人出三十，不足負四，問人出幾何？』

此處的『人出數』即『盜金和銀數』，應用公式①，可得

$$[40\times(-4)+30\times7]\div[7+(-4)]=50/3$$

這就是金匠所盜的金子數。

明清珍本《歐羅巴西鏡錄》

《歐羅巴西鏡錄》一書作者不詳，其序言稱：『西泰子之譯，計除乘分、開平、開立、測量、勾股、金法數種，極簡明易習。第以筆書，無庸算子，凡山嶽樓臺之崇卑、井谷川澤之深廣、道里之遠近、布帛之長短、米粟之多寡、權衡之輕重、物價之貴賤，靡不推測而知，即吾中國《九章》諸法亦蔑有加於斯者，深爲算術家之南車西鏡矣。』（見圖六）

『西泰子』即明末來華的義大利傳教士利瑪竇，其『譯』當指他與李之藻合作編譯的《同文算指》。《同文算指》是中國第一部介紹西方算術的書，內容多取材於利瑪竇在羅馬的數學老師克拉維斯（Christopher Clavius, 1537 —— 1612）的《實用算術》（*Epitome Arithmeticae Practicae*，1583），也吸收了《算法統宗》中的一些題目。

《西鏡錄》最後一部分爲『雙法』，其文稱『雙法者，物不知總，並立二假式，用法乘除之，而真數使得爲之。』書中共有9道題應用此法，亞爾日白臘識別金冠即爲全書最後一題。

《西鏡錄》是研究明清之際中西科技交流的重要材料，但是自清代中葉以後，該書便鮮爲人知。1946年，科技史老前輩嚴敦傑（1917 ——1988）撰成《西鏡錄冥求》一文，根據一些清代學者的記載鈎勒出《西鏡錄》的輪廓。[二十二]1950年嚴到北京大學圖書館閱書，發現該館藏有一部珍貴的鈔本，內中有『鼎按』數條，書後還附有清代乾嘉學派大師錢大昕（1728 —— 1804）的題跋（見圖七）。由此題跋可知：清初數學名家梅文鼎（1633 —— 1721）親批的《西鏡錄》，後由名算家李銳（1769 —— 1817）所得，另一位大學者焦循（1763 —— 1820）複由李銳處借來，『窮三日力自寫一本』（見圖八）。今日李銳所獲梅氏

的耶穌會士認爲中國的盈不足術太落後了，不知道『疊借互征』、『推借之妙』。

『尤裏卡』的故事

1986年，法國總統密特朗率先提出了一個旨在聯合開發歐洲工業與科技力量，迎接即將到來的新技術革命挑戰的計劃，其執行機構的全稱是『歐洲研究協調機構』（European Research Coordination Agency），縮寫爲『尤裏卡』（EURECA）。這一計劃立即得到歐洲多國政府的回應，一時間又是制定『尤裏卡』憲章，又是召開高級會議，新聞消息中也比比皆是『尤裏卡』。

『尤裏卡』叫得響，還有另一層原因。傳說古希臘敘拉古王希羅（Hiero）委託阿基米德爲其鑒定新制金冠的純度，以確認金匠是否誠實。阿基米德（Archimedes）終日苦思不得其解。一日忽於洗澡時悟得要領，旋即躍出澡盆，赤身大呼『尤裏卡』（*Eureka*），意即『找到了』。這一故事在全世界廣泛流傳，『尤裏卡』後來成爲多種文字中『發現』、『尋找』等詞的同義語。至於當代政治家們所津津樂道的『尤裏卡』，不妨借用英國前首相撒切爾夫人說過的一句話來詮釋，那就是『歐洲共同努力尋找未來』。

以上阿基米德和『尤裏卡』的故事，首見於古羅馬建築師維特魯維（M. Vitruvius, 西元前1世紀）《建築十書》之九，[十八]其時阿基米德已經去世二百餘年，因而一向有人懷疑此說乃維氏杜撰。但是不管怎麽說，這一故事的教育意義再加上阿基米德確有《浮體論》那樣的名篇傳世，多數著作家在寫到浮力定律時還是願意添加這一花絮，以期提高讀者的興趣。

這一故事在明清之際通過數學著作傳入中國，最早見於李之藻（1565——1630）與利瑪竇（Matteo Ricci, 1552——1610）合編的《同文算指》（1613），其通編卷四有題爲『問黃金百斤制爐一座，既成，慮工匠盜金和銀，銷毀驗之恐傷工本；欲知和銀若干，法以器貯水令滿……』，[十九]雖然沒有什麽情節，故事的要素已經具備。

更詳細介紹這一故事的是一部名爲《歐羅巴西鏡錄》的書，書中所用數據與《同文算指》上題全同，但多了如下情節：『國君以廉金一百令工人造鼎，工人盜金而和之銀。鼎成，奉上。上見金淡，命識算天文者名亞爾日白臘算盜金多少……初，亞爾日白臘奉命，盡一時不能立法，爲之四顧躊躇，卒不得其故。往沐（入見）見水滿而溢，恍然覺悟，乃大喜奔歸，而忘其裸。』[二十]（見圖五）原來故事中的金冠變成了金鼎，阿基米德變成了『亞爾日白臘』。後者很像是『代數學』（Algebra）的音譯，也許該書系由西人口授、中人筆錄所成，將『阿基米德』聽寫成『亞爾日白臘』；或更可能的是譯者有意爲之，就象古人以『商高』假名于周公時代的大幾何學家一樣。

《西鏡錄》的作者稱書中所介紹的諸多方法，『吾中國《九章》諸法亦蔑有所加』，但是他們不知道，關於此題所用的『雙法』並非維特魯維原來描述的方法，而恰好是中國古代數學經典《九章算術》中的盈不足術。

解此題依賴如下的條件：假定物體全部浸入水中，每100斤的黃金排出60斤的水，每100斤的白銀排出90斤的水，每100

這三道題目所概括了。

其他文獻和傳播問題

盈不足術是中國傳統數學中的一項重要內容，除了《算數書》和《九章算術》之外，在《孫子算經》（約4世紀）、《張丘建算經》（約5世紀）、多種宋元算書（約13——14世紀），以及明代《九章演算法比類大全》（1450）、《算法統宗》(1592)中都有所涉及。

關於類似方法在世界其他地區的應用和傳播，不是本文討論的要點。[十三] 無論如何，在巴比倫、埃及和印度的古代文獻中，似乎沒有發現這一方法的痕迹。大約從西元9世紀開始，伊斯蘭數學著作中出現了類似的演算法，值得注意的是伊斯蘭數學家對這一演算法的稱呼。

阿爾·花剌子模（al-Khwarizmi, 780——850）和伊本·埃茲拉（Abraham ibn Ezra, 1096——1167）都提到一種算書，譯成拉丁文就是 *Liber augmenti et diminutionis*，書名就含有『增加』、『減少』的意思，很可能就是從『盈不足』轉譯而來的。伊本·魯伽（Qusta ibn Luqa, 約10世紀）和阿爾·卡西（al-Kashi, 約15世紀）等人都用 *hisab al-Khataayn* 來稱呼『盈不足』演算法，有人猜測 al-Khataayn 是『契丹』一詞轉譯而來，而契丹在中世紀的伊斯蘭文獻中泛指中國北方地區。也有人批評這一意見，指出 *al-Khataayn* 在阿拉伯語中意思是『兩次假設』，這也使人聯想到中算家在術文中提到的兩次『假令』。[十四]

除了上述兩種說法之外，有些伊斯蘭數學家，如阿爾般那（al-Banna, 約13——14世紀）還將這種演算法稱爲『天稱術』（*Alm bi'l Kaffataim*）。有人推測這是因爲計算中須將兩次『假令』及相應的『盈』、『不足』兩兩並排，然後交叉相乘（即《九章》術文所謂『維乘』），其算式的形狀如同一架天平。果真如此，這一命名就帶有明顯的中國印記，因爲中算家的布籌運算，才使『維乘』這一計算過程具有這樣鮮明的視覺特徵。[十五] 值得注意的是，在楊輝的《詳解九章演算法》（1261）、《續古摘奇算法》（1275）中都繪有這種交叉相乘的算式。[十六]

盈不足術後來經阿拉伯人傳到歐洲。斐波那奇（Leonardo Fibonacci, 1170——1250?）在其著名的《算盤書》（*Liber Abaci*）中就專用一章介紹盈不足術，稱之爲 *De regulis elchataym*，儘管他說 *elchataym* 來自阿拉伯文，譯成拉丁文就是 *duarum falsarum diminutionis regula*，即『兩次假設』（Double-False-Position Method），我們仍然不能否定這一辭彙同 al-Khataayn 有關的猜想。斐波那奇還說借助此法幾乎可以解所有的問題，他也提到了『天秤法』。[十七] 文藝復興時代的其他一些數學家，如帕西歐里(Luca Pacioli, 1445?——1514?)、塔塔利亞（Niccolò Tartaglia, 1499?——1557）等也都提到這種方法。

當盈不足術在歐洲傳播並被當作一種解決算書問題的萬能方法得到重視時，在它的故鄉中國反而受到冷落。明代算書如《算法統宗》雖然提到盈朒問題，但只限於盈不足本法，本文第一之（二）所介紹的那種推廣應用完全不見蹤影，以致於明末來華

足術的三道題。

第一道名『分錢』（見圖二），題目爲『分錢人二而多三，人三而少二，問幾何人、錢幾何。得曰：五人，錢十三。贏（盈）不足互乘母【並以】爲實，子相從爲法。皆贏（盈）若不足，子互乘母而各異直（置）之，以子少者除子多者，餘爲法，以不足爲實。』（十）

很顯然，這道題同《九章算術·盈不足》第一題大致相同，只是後者中將『分錢』換成了『出錢』，而數據略有變化而已；術文提供的解法則完全一樣。

第二道名『米出錢』（見圖三），題目爲『糲<粺>米二斗三錢，糲米三斗二錢。今有糲、粺十斗，賣得十三錢，問糲、粺各幾何。曰：粺七斗五分【斗】三，糲二斗五分【斗】二。術曰：令偕（皆）糲<粺>也，錢贏（盈）二；令偕（皆）粺<糲>也，錢不足六【錢】少半【錢】……』（十一）

此題與前述《九章算術·盈不足》章第13題屬於同一類型，除數據變化外，只是將兩種米換成了兩種酒。簡文描述的解法也同『醇酒行酒』題完全類似：先假令全是粺米，根據已知條件構造出一個『盈數』；再假令全是糲米，又構造出一個『不足數』，原來的問題就轉換成『共買物』這一標準模型了。

第三題名爲『方田』（見圖四），從題目內容上與後來《九章算術》體系內的『方田』完全一致，本質上是個開方問題，但是《算數書》提供的解法卻不是普通的開方法，而是基於『盈不足』術的近似解法。原文是『田一畝方幾何步？曰：方十五步卅一分步十五。術曰：方十五步不足十五步，方十六步有徐（餘）十六步。曰：並贏（盈）、不足以爲法，不足子乘贏（盈）母，贏（盈）子乘不足母，並以爲實……』（十二）

按古代畝法240平方步爲1畝，此題相當於求240的平方根。簡文說『方十五步不足十五步』，是先假令正方形的邊長爲15（步），則面積爲225（方步），與240（方步）相比『不足』15；簡文說『方十六步有徐（餘）十六步』，是假令正方形的邊長爲16（步），則面積爲256（方步），與240（方步）相比『有餘』16。此題兩次『假令』和構造出的『盈』、『不足』數正好相當，完全是一個巧合，但方法是適於一般性問題的。簡文的後面就是如何計算，可以看出，同『盈不足』術文即公式①完全一致，即：

$$\boxed{\sqrt{240} \approx \frac{16\times15+15\times16}{15+16} = 15\frac{15}{31}}$$

從以上分析可以看出，盈不足術在《算數書》編撰的時代已經很成熟了。書中所選三個題目，第一個是『盈不足』本法，第二個是推廣本法來解實際問題的範例，第三個則顯示盈不足術在近似計算上的應用，《九章算術·盈不足》章的內容已經被

書中給出的演算法是：先假設有五升醇酒，則有一斗五升行酒，[五] 根據已知條件可得一『盈數』十，這是因爲

$$(5 \times 5+15 \times 1) - 30 =10$$

再假設有醇酒二升，則有行酒一斗八升，根據已知條件可得一『不足數』二，這是因爲 $(2 \times 5+18 \times 1) - 30 = -2$

至此原來的問題就轉換成一個『共買物』類型的問題，即『今有共買物，人出五，盈十；人出二，不足二。問人數、物價各幾何？』這裏的『人出』對應於假設購得的醇酒數，『物價』和『人數』之商就是真正購得的醇酒數，應用公式①，可得

$$(5 \times 2+2 \times 10) \div (10+2) = 2.5 \text{（升）}$$

盈不足章還有許多類似的例子，其中一些題目的已知條件與所求事項之間並無直接關係，借助普通的算術或比例關係都不好求解，但是通過兩次假設，從而『構造』出新的數據，就將原先的問題轉換成典型的盈不足問題，再套用現成的公式來求解。這裏體現了中國古代數學的一個特點，即以一個特定的數學模型來處理一大類應用問題。實際上，凡屬線形關係的數學問題，從理論上都可轉換成『共買物』問題，從而應用盈不足術求解。這種方法的有效性，可以從下面一些較複雜的算術問題看出來，它們都出自《九章算術・盈不足》章。

第15題：『今有漆三得油四，油四和漆五。今有漆三斗，欲令分以易油，還自和餘漆。問出漆、得油、和漆各幾何？』[六]

第16題：『今有玉方一寸，重七兩；石方一寸，重六兩。今有石立方三寸，中有玉，並重十一斤。問玉、石各重幾何？』[七]

第19題：『今有良馬與駑馬發長安至齊。齊去長安三千里。良馬初日行一百九十三里，日增一十三里。駑馬初日行九十七里，日減半里。良馬先至齊，複還迎駑馬。問幾何日相逢及各行幾何？』[八]

《九章算術》中也有利用盈不足術解非線性問題的例子，這樣求得的結果是近似值。

縱觀盈不足章全部20道應用題，直接應用本法的共12題，通過兩次『假令』將原題化爲標準模型進而求精確結果的有5題，以盈不足術求得近似結果的有3題。

漢簡《算數書》中的有關內容

前面提到《周禮》雖有『九數』之說卻無具體內容，因此像『盈不足』那樣的數學技巧，曾經被人認爲是漢儒附會到古人身上的。儘管絕大多數中國數學史家都認爲《九章算術》不可能橫空出世于東漢初年，但是要推翻疑古學派的上述結論還需要過硬的證據。1983年在湖北江陵張家山出土的漢簡《算數書》（見圖一），就明白無誤地告訴我們，盈不足方法早在西漢初年就已發展成熟。

根據研究，這套定名爲《算數書》的漢簡，出土於一座西漢墓室內，墓主大約生活於西元前2世紀，與劉徽提到的張蒼系同時代人。從內容來看，則與今本《九章算術》頗多相似之處，有些標題和算題甚至完全一致。[九] 本文感興趣的，只是涉及盈不

爲像『方程』、『盈不足』這樣需要高度概括能力與數學技巧的專門知識不可能產生於東漢之前。

近20年中國考古學的一些重要發現，給學術界帶來了古史知識方面的震撼，以致我們不得不對疑古學派的一些結論進行重新審視，漢儒編造『九數』名目以附會《九章》即爲一例。本文將以盈不足術爲例，說明《九章算術》成書之前，中國古代算家就掌握了這一數學模型，及將它推廣應用的精妙數學技巧。爲了使非專業的讀者對此模型的意義有所瞭解，下面先以《九章算術·盈不足》章第一問爲例加以說明。

『今有共買物，人出八 [A_1]，盈三 [B_1]；人出七 [A_2]，不足四[B_2]。問人數、物價各幾何？』(三)

以 A_1、A_2 表示兩次出錢數即『出率』，以 B_1、B_2 分別表示『盈』和『不足』，盈不足術稱：

『置所出率』	$A_1\ A_2$
『盈、不足各居其下』	$B_1\ B_2$
『令維乘所出率，並以爲實』	$A_1B_2+B_1A_2$
『並盈、不足爲法』	B_2+B_1
『實如法而一（得每人應出錢數）』	$(A_1B_2+B_1A_2)\div(B_2+B_1)$……①
『置所出率，以少減多』	$\vert A_1-A_2\vert$
『餘以約法、實，（實爲物價）』	$(A_1B_2+B_1A_2)\div\vert A_1-A_2\vert$……②
『法爲人數』	$(B_2+B_1)\div\vert A_1-A_2\vert$……③

此題答案：人數爲$(3+4)\div(8-7)=7$，物價爲$(8\times4+7\times3)\div(8-7)=53$，每人應出錢數爲$(8\times4+7\times3)\div(3+4)=53/7$。劉徽應用比例理論對上述三個公式進行了證明。

以上問題及其解法可以看作一個數學模型，中算家稱之爲盈不足術。盈不足術在《九章算術》中包括兩類推廣：第一是按假設結果將已知『一盈一不足』的條件推廣爲『兩盈』、『兩不足』、『一盈一適足』和『一不足一適足』這幾種情況；這種推廣比較容易，用現代數學的觀點，只需要區別 B_1、B_2 的符號爲正爲負還是爲零即可。第二種推廣則有點複雜，下節專門介紹。

（二）『盈不足』本法的推廣

第二類推廣可以《九章算術·盈不足》章第13題爲代表，其文爲：『今有醇酒一斗，值錢五十；行酒一斗，值錢一十。今將錢三十，得酒二斗。問醇、行酒各得幾何？』(四)

『盈不足』、《算數書》與《西鏡錄》

劉鈍 著

『盈不足』術是中國古代數學中的偉大創造。最新的研究顯示，早在《九章算術》成書之前，中國古代數學家就掌握了相當完備的有關這一方法的知識，這一論點由上一世紀八十年代在湖北江陵張家山出土的漢簡《算數書》得到了印證。『盈不足』術在中世紀經由伊斯蘭世界西傳，在文藝復興時代的歐洲被稱爲解決所有算術問題的『萬能方法』。及至十六世紀，西方算術著作中的一些題目，以及伴隨著這些數學問題的有趣傳説，經由耶穌會士介紹到中國來。本文的目的不是討論『盈不足』術在世界範圍傳播的細節，而是借助這一線索，揭示科學知識在不同文明之間傳播的複雜經過，並説明考古學發現、數理分析，以及文獻考據是怎樣在科學史研究中發揮作用的。

『盈不足』術

（一）《九章算術》中的『盈不足』本法

談到中國古代數學就不能不提《九章算術》。本人認爲，該書的許多內容在戰國時代業已出現，而至西元前二世紀的西漢就具有與今日版本大致類同的形式了。[一]西元三世紀的著名數學家劉徽提到漢文帝時的丞相張蒼等人對古本算書做過整理，那些被稱爲『舊文之遺殘』的東西，應該就是《九章算術》的前身。今本《九章算術》共有246個題目，分別隸屬『方田』、『粟米』、『衰分』、『少廣』、『商功』、『均輸』、『盈不足』、『方程』、『勾股』九章。關於這九章內容的來源，劉徽則説：

『周公制禮而有九數，九數之流則《九章》是矣。』[二]

關於『九數』名目，最早見於東漢鄭玄《周禮注》所引鄭衆之説，謂『九數：方田、粟米、差分、少廣、商功、均輸、方程、贏不足、旁要，今有重差、夕桀、勾股也。』其中絕大部分與《九章》篇名相合，因此一般認爲，《九章算術》是戰國以迄西漢中國古代數學知識的總結與集粹。

然而，《周禮》雖有『九數』之謂卻無具體名目，而《九章算術》等算書又不見於劉歆所輯之《漢書・藝文志》，因此也有人認爲《九章算術》晚出而『九數』名目系鄭玄一班漢儒所編造。此外，也有人對早期中國數學可能達到的水平表示懷疑，認

出版前言

從一九九七年開始，在法國外交部和法國大使館的贊助下，法國遠東學院北京中心組織安排了題爲『歷史、考古與社會——中法系列學術講座』的學術活動。該學術活動的目的是爲了介紹考古學、歷史學以及整個社會科學方面最近的研究成果。講座交替邀請中法專家來作報告，並與對此有興趣的聽衆：研究人員、教授、大學生等進行交流。數所大學和科研機構不僅輪流作爲東道主歡迎各方主講人，而且積極參與了講座的組織活動。它們分別是：北京大學、清華大學、北京師範大學、中國社會科學院歷史研究所、考古研究所和社會學研究所、中國科學院自然科學史研究所以及國家圖書館。

爲了使更多的人瞭解講座中介紹的研究成果，我們著手將其中一部分以中法兩種文字的單行本形式出版。第九號單行本選取的是中國科學院自然科學史研究所所長劉鈍研究員的講座《『盈不足』、〈算數書〉與〈西鏡錄〉》。

作者在文中沿著兩條線索展開敘述：其一是『盈不足』術的起源和流傳，其二是阿基米德鑒定金冠的傳說被介紹到中國的經過。作者還將介紹不久前公佈的張家山漢簡中的有關算題，從一個角度揭示當代考古學發現對疑古學派的反質疑，以此說明考古學與文獻發掘在科學史研究中的作用。最後，一部珍貴的明清之際鈔本被重新發現的故事亦將被提起，從而說明科學知識在中古世界不同文化之間傳播的曲折歷程。

本出版物得到法國外交部的資助

第九號

歷史、考古與社會——中法學術系列講座

『盈不足』、《算數書》與《西鏡録》

劉鈍

法國遠東學院北京中心
二〇〇五年十二月

國君以黃金一百令工人造冕工人盜金而和之銀冕成奉上
上見金淡命識算天文者名亞爾日白颿算盜金多少
答 盜去金十六斤三分之二 存金八十三斤三分之一
法 初亞爾日白颿奉命盡一時不能立法為之四顧躊躇卒
不得其故往沐入見水水滿而溢恍然覺悟乃大喜奔歸而
忘其裸即以假金冕一百入盆出水六十五 以真金一百入盆出水六十
銀一百入盆出水九十若工人盜金四十和銀四十存金六十黃金一百出
水六十存金六十應出水三十六 銀一百出水九十銀四十應出水三十六假冕
出水七十二應六十五今七十二為多七若工人盜金三十和銀三十存金七十

第九號

歷史、考古與社會——中法學術系列講座

『盈不足』、《算數書》與《西鏡録》

劉鈍

法國遠東學院北京中心編印　二〇〇五年十二月